

Roll No. 9871

Total No. of Questions : 16]

028/A

[Total No. of Printed Pages : 19

SS

Graph Paper

2324

ਸਲਾਨਾ ਪਰੀਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ

106723

MATHEMATICS

(Common for Humanities, Science and Agriculture Groups)

(Punjabi, Hindi and English Versions)

Time Allowed : 3 Hours

Maximum Marks : 80

(Punjabi Version)



- ਨੋਟ : (i) ਆਪਣੀ ਉੱਤਰ-ਪੱਤਰੀ ਦੇ ਟਾਈਟਲ ਪੰਨੇ 'ਤੇ ਵਿਸ਼ਾ-ਕੋਡ/ਪੇਪਰ-ਕੋਡ ਵਾਲੇ ਖਾਨੇ ਵਿੱਚ ਵਿਸ਼ਾ-ਕੋਡ/ਪੇਪਰ-ਕੋਡ 028/A ਜ਼ਰੂਰ ਦਰਜ ਕਰੋ।
- (ii) ਉੱਤਰ-ਪੱਤਰੀ ਲੈਂਦੇ ਹੀ ਇਸ ਦੇ ਪੰਨੇ ਗਿਣ ਕੇ ਦੇਖ ਲਓ ਕਿ ਇਸ ਟਾਈਟਲ ਸਹਿਤ 32 ਪੰਨੇ ਹਨ ਅਤੇ ਠੀਕ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਹਨ।
- (iii) ਉੱਤਰ-ਪੱਤਰੀ ਵਿੱਚ ਖਾਲੀ ਪੰਨਾ/ਪੰਨੇ ਛੱਡਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਹੱਲ ਕੀਤੇ ਗਏ ਪ੍ਰਸ਼ਨ/ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਮੁਲਾਂਕਣ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇਗਾ।
- (iv) ਸਾਰੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹਨ।
- (v) ਕੈਲਕੂਲੇਟਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਮਨਾ ਹੈ, ਪਰ ਲੋਗ ਟੇਬਲ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।
- (vi) ਹਰੇਕ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਦੇ ਅੰਕ ਉਸਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਹਨ।
- (vii) ਪੰਜਾਬੀ ਅਤੇ ਹਿੰਦੀ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅੰਗ੍ਰੇਜ਼ੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦਾ ਅਨੁਵਾਦ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਕਿਸੇ ਭਰਮ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਅੰਗ੍ਰੇਜ਼ੀ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਨੂੰ ਸਹੀ ਮੰਨਿਆ ਜਾਵੇ।
- (viii) ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਸੰਖਿਆਂ 5, 6, 8, 10, 12, 13, 14, 15 ਅਤੇ 16 ਵਿੱਚ ਅੰਦਰੂਨੀ ਚੋਣ ਦੀ ਛੂਟ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ।
- (ix) ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਸੰਖਿਆ 11 ਵਿੱਚ ਅਲੇਖ ਪੱਤਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ।

Section - A

1. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਵਿੱਚ ਸਹੀ ਉੱਤਰ ਚੁਣੋ।



16x1=16

(i) $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$ ਅਸਮਾਨਤਾ ਦਾ ਨਾਮ ਹੈ :

1

(a) ਕੋਚੀ-ਸੁਆਰਜ਼ ਅਸਮਾਨਤਾ

(b) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਸਮਾਨਤਾ

(c) ਰੋਲੇ ਦੇ ਅਸਮਾਨਤਾ

(d) ਲਗਰਾਜ਼ ਦੀ ਅਸਮਾਨਤਾ

(ii) ਰੇਖਾ $\frac{x+4}{5} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-8}{-3}$ ਦੀ ਵੈਕਟਰ ਸਮੀਕਰਣ ਹੈ :

(a) $\vec{r} = 4\hat{i} - 5\hat{j} - 8\hat{k} + \mu(5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k})$

(b) $\vec{r} = -4\hat{i} + 5\hat{j} + 8\hat{k} + \mu(5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k})$

(c) $\vec{r} = 5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k} + \mu(4\hat{i} - 5\hat{j} - 8\hat{k})$

(d) $\vec{r} = 5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k} + \mu(-4\hat{i} + 5\hat{j} - 8\hat{k})$

(iii) ਰੇਖੀ ਪ੍ਰੋਗਰਾਮਿੰਗ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਦੀਆਂ ਪ੍ਰਤਿਬੰਧਾਂ :

- (a) ਹਮੇਸ਼ਾ ਦੋ ਘਾਤੀ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ
 (b) ਹਮੇਸ਼ਾ ਰੇਖੀ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ
 (c) ਸਮੱਸਿਆ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਰੇਖੀ ਜਾਂ ਦੋ ਘਾਤੀ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ
 (d) ਕਦੇ-ਕਦੇ ਤਿੰਨ ਘਾਤੀ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ

(iv) ਜੇਕਰ $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{3}{8}$ ਅਤੇ $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ ਹਨ ਤਾਂ $P(A|B)$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ :

- (a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{8}{15}$
 (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{5}{8}$

(v) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\cos^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ :

- (a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{6}$
 (c) $\frac{\pi}{12}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

(vi) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ :

- (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{4}$
 (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

(vii) ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਣ $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 3y = 0$ ਦੀ ਡਿਗਰੀ ਹੈ :

- (a) 3 (b) 2
 (c) 1 (d) 0



(viii) ਜੇਕਰ \vec{a} ਇੱਕ ਗੈਰ-ਸਿਫਰ ਵੈਕਟਰ ਹੈ ਤਾਂ $|\vec{a} \times \vec{a}|$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ : 1

(a) $|\vec{a}|$ (b) $|\vec{a}|^2$

(c) 1 (d) 0

(ix) ਜੇਕਰ $AB=C$ ਹੈ, ਜਿਥੇ B ਅਤੇ C ਕ੍ਰਮਵਾਰ 2×5 ਅਤੇ 5×5 ਕ੍ਰਮ ਦੀਆਂ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸਾਂ ਹਨ ਤਾਂ A ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਹੈ : 1

(a) 5×5 (b) 5×2

(c) 2×5 (d) 2×2

(x) ਜੇਕਰ $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 7x}{3x}, & x \neq 0 \\ m+1, & x = 0 \end{cases}$ ਬਿੰਦੂ $x=0$ ਤੇ ਲਗਾਤਾਰ ਹੈ ਤਾਂ m ਦਾ ਮੁੱਲ ਹੈ : 1

(a) $\frac{7}{3}$ (b) $\frac{4}{3}$

(c) $\frac{7}{4}$ (d) $\frac{3}{7}$

(xi) ਜੇਕਰ $y = \log [x + \sqrt{x^2 + 1}]$ ਹੈ ਤਾਂ $\frac{dy}{dx}$ ਹੈ : 1

(a) $\sqrt{x^2 + 1}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

(c) $\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ (d) $\frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$

(xii) ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਅਰਧਵਿਆਸ 2 m/s ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਵੱਧ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਉਸਦੇ ਘੇਰੇ ਦੀ ਵਧਣ ਦੀ ਦਰ ਹੈ : 1

(a) $4\pi \text{ m/s}$ (b) 2 m/s

(c) $2\pi \text{ m/s}$ (d) 4 m/s

(xiii) ਜੇਕਰ $A = \{0, 1, 4, 9, 16, 25, \dots\}$ ਹੈ ਤਾਂ $f: \mathbb{N} \rightarrow A, f(x) = x^2$ ਤੋਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਫਲਨ ਹੈ। 1

(a) ਇੱਕ-ਇੱਕ ਪਰ ਔਨਟੂ ਨਹੀਂ (b) ਔਨਟੂ ਪਰ ਇੱਕ-ਇੱਕ ਨਹੀਂ

(c) ਔਨਟੂ ਅਤੇ ਇੱਕ-ਇੱਕ (d) ਨਾ ਔਨਟੂ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਇੱਕ-ਇੱਕ

(xiv) ਸਮੂਹ $A = \{x, y\}$ ਤੇ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਸੰਬੰਧ $R = \{(x, x), (y, y), (x, y), (y, x)\}$ ਹੈ : 1

(a) ਕੇਵਲ ਨਿਜਵਾਚਕ ਸੰਬੰਧ (b) ਕੇਵਲ ਸਮਮਿਤਈ ਸੰਬੰਧ

(c) ਕੇਵਲ ਸਕਰਮਕ ਸੰਬੰਧ (d) ਸਮਤੁੱਲ ਸੰਬੰਧ

(xv) ਫਲਨ \sec^{-1} ਦਾ ਵਿਸਥਾਰ ਹੈ : 1

(a) $[0, \pi] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ (b) $(0, \pi)$

(c) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) - \{0\}$ (d) $[0, \pi]$

(xvi) ਜੇਕਰ A ਇੱਕ 4×4 ਕ੍ਰਮ ਦੀ ਵਰਗਾਕਾਰ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਹੈ ਅਤੇ $|A| = 3$ ਹੈ ਤਾਂ $|\text{Adj}(A)|$ ਹੈ : 1

(a) 27 (b) 81

(c) 9 (d) 3

2. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨਾਂ ਦੇ ਖਾਲੀ ਸਥਾਨ ਭਰੋ :

8x1=8



(i) ਰੇਖਾ $\vec{r} = \hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k} + s(2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$ ਦੇ ਦਿਸ਼ਾ ਅਨੁਪਾਤ _____ ਹੈ।

(ii) ਪੱਕੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਹੋਣ ਵਾਲੀ ਘਟਨਾ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ _____ ਹੈ।

(iii) $\cos^{-1}(1)$ ਦਾ ਮੁੱਖ ਮੁੱਲ _____ ਹੈ।

(iv) ਜੇਕਰ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ A ਦਾ ਕ੍ਰਮ 4×2 ਹੈ ਤਾਂ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ A' ਦਾ ਕ੍ਰਮ _____ ਹੈ।

(v) ਜੇਕਰ A ਇੱਕ ਵਰਗਾਕਾਰ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਹੈ ਤਾਂ $A - A'$ ਇੱਕ _____ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਹੈ।

(vi) ਜੇਕਰ $y = \log(\sin x)$ ਹੈ ਤਾਂ $x = \frac{\pi}{4}$ ਤੇ $\frac{dy}{dx} =$ _____ ਹੈ।

(vii) ਇੰਟੀਗਰੇਸ਼ਨ ਡਿਫਰੈਨਸ਼ੀਏਸ਼ਨ ਦੀ _____ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਹੈ।

(viii) ਡਿਫਰੈਨਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਣ $\frac{d^2y}{dx^2} - \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + y = 0$ ਦਾ ਕ੍ਰਮ _____ ਹੈ।



3. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨਾਂ ਲਈ ਸਹੀ ਜਾਂ ਗਲਤ ਦੱਸੋ :

8x1=8

(i) ਵੈਕਟਰ $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਅਤੇ ਬਿੰਦੂ $(5, -1, 3)$ ਤੋਂ ਲੰਘਦੀ ਰੇਖਾ ਦੀ ਸਮੀਕਰਣ

$\vec{r} = 5\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k} + \mu(2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k})$ ਹੈ।

(ii) ਕਿਸੇ ਵੀ ਘਟਨਾ ਦੀ ਹੋਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹਮੇਸ਼ਾ 1 ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

(iii) ਜੇਕਰ $A = [a_{ij}]_{4 \times 3}$ ਹੈ ਅਤੇ $a_{ij} = i^2 - j$ ਹੈ ਤਾਂ $a_{31} = 10$ ਹੈ।

(iv) $\frac{d}{dx}[\log(\cos x)] = \tan x$ ਹੈ।

(v) ਜੇਕਰ $y = \tan 2x$ ਹੈ ਤਾਂ $\frac{dy}{dx} = \sec^2 2x$ ਹੈ।

(vi) $\int_{-2}^2 x^3 dx = 8$ ਹੈ।

(vii) ਡਿਫਰੈਨਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਣ, ਇੰਟੀਗਰੇਸ਼ਨ ਰਾਹੀਂ ਹੱਲ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

(viii) $\vec{a} \times \vec{b}$ ਵੈਕਟਰ, ਵੈਕਟਰ \vec{a} ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ।



Section - B

5x2=10

4. ਇੰਟੀਗਰੇਸ਼ਨ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਪੈਰਾਬੋਲਾ $y^2 = 8x$ ਅਤੇ ਰੇਖਾ $x = 5$ ਵਿਚਕਾਰ ਬੰਨੇ ਖੇਤਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। 2

5. ਫਲਨ $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 15$ ਦੇ ਨਾਜ਼ੁਕ ਬਿੰਦੂ ਪਤਾ ਕਰੋ। 2



ਜਾਂ

ਜੇਕਰ $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = 81$ ਹੈ ਤਾਂ $\frac{dy}{dx}$ ਪਤਾ ਕਰੋ। 2

6. $\int \frac{\sin(\tan^{-1}x)}{1+x^2} dx$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ। 2

ਜਾਂ

$\int \frac{2x-3}{x^2+1} dx$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ। 2

7. ਜੇਕਰ $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$ ਹਨ ਤਾਂ $(AB)' = B'A'$ ਦੀ ਪੜਤਾਲ ਕਰੋ। 2

8. ਵੈਕਟਰਾਂ $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ ਅਤੇ $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ ਤੋਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਾਲੇ ਤਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। 2

ਜਾਂ

ਜੇਕਰ ਵੈਕਟਰ $p\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ ਅਤੇ $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ ਇੱਕ-ਦੂਜੇ 'ਤੇ ਲੰਬ ਹਨ ਤਾਂ p ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। 2



Section - C

5x4=20

9. ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਫਲਨ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{5x+3}{4}$ ਇੱਕ-ਇੱਕ ਅਤੇ ਔਨਟੂ ਹੈ। 4

10. ਜੇਕਰ $y = x^{\sin x} + (\sin x)^x$ ਹੈ ਤਾਂ $\frac{dy}{dx}$ ਪਤਾ ਕਰੋ। 4

ਜਾਂ

$\int \frac{3x+2}{(x^2+1)(x-2)} dx$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ। 4



11. ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਰੇਖੀ ਪ੍ਰੋਗਰਾਮਿੰਗ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਆਲੇਖ ਰਾਹੀਂ ਹੱਲ ਕਰੋ : 4
ਪ੍ਰਤਿਬੰਧਾਂ $x + 3y \leq 60$, $x + y \geq 10$, $x - y \leq 0$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ ਅਨੁਸਾਰ $Z = 4x + 2y - 7$ ਦਾ ਅਧਿਕਤਮੀਕਰਨ ਅਤੇ ਨਿਊਨਤਮੀਕਰਨ ਕਰੋ।

12. ਇੱਕ ਸਮੱਸਿਆ ਤਿੰਨ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਦਿੱਤੀ ਗਈ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਹੱਲ ਕਰਨ ਦੀਆਂ ਸੰਭਾਵਨਾਵਾਂ $1/3, 1/5$ ਅਤੇ $1/6$ ਹਨ। ਸੰਭਾਵਨਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ (i) ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਵਲ ਇੱਕ ਹੱਲ ਕਰਦਾ ਹੈ (ii) ਸਮੱਸਿਆ ਹੱਲ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਜਾਂ

ਕਿਸੇ ਖਾਸ ਰੋਗ ਦੇ ਸਹੀ ਪ੍ਰੀਖਿਅਣ ਲਈ ਖੂਨ ਦੀ ਜਾਂਚ 99% ਅਸਰਦਾਰ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਅਸਲ ਵਿਚ ਰੋਗੀ ਉਸ ਰੋਗ ਤੋਂ ਪੀੜਤ ਹੈ। ਪਰ 0.5% ਵਾਰੀ ਕਿਸੇ ਠੀਕ ਵਿਅਕਤੀ ਦੇ ਖੂਨ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰਨ ਤੋਂ ਪ੍ਰੀਖਿਅਣ ਗਲਤ ਰਿਪੋਰਟ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਭਾਵ ਵਿਅਕਤੀ ਨੂੰ ਰੋਗ ਤੋਂ ਪੀੜਤ ਦੱਸਦਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਆਬਾਦੀ ਵਿੱਚ 0.1% ਲੋਕ ਉਸ ਰੋਗ ਤੋਂ ਪੀੜਤ ਹਨ ਤਾਂ ਕੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੈ ਕਿ ਕੋਈ ਬੇਤਰਤੀਬੀ ਨਾਲ ਚੁਣਿਆ ਹੋਇਆ ਵਿਅਕਤੀ ਉਸ ਰੋਗ ਤੋਂ ਪੀੜਤ ਹੋਵੇਗਾ ਜੇਕਰ ਉਸਦੇ ਖੂਨ ਦੀ ਜਾਂਚ ਵਿੱਚ ਦੱਸਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਉਸਨੂੰ ਇਹ ਰੋਗ ਹੈ ?

13. ਹੱਲ ਕਰੋ : $x \log x \frac{dy}{dx} + y = \frac{2}{x} \log x$

ਹੱਲ ਕਰੋ : $x^2 dy - (3x^2 + xy + y^2) dx = 0$ ਦਿੱਤਾ ਹੈ $y=1$ ਹੈ ਜਦੋਂ $x=1$ ਹੈ।

Section - D

3x6=18

14. (a) ਕਿਸੇ ਵੀ ਦੋ ਗੈਰ-ਸਿਫਰ ਵੈਕਟਰਾਂ \vec{a} ਅਤੇ \vec{b} ਲਈ $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$ ਸਿੱਧ ਕਰੋ। ਇਸ ਅਸਮਾਨਤਾ ਦਾ ਨਾਮ ਵੀ ਦੱਸੋ।

- (b) ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀਆਂ ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵੈਕਟਰਾਂ $6\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ ਅਤੇ $\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$ ਤੋਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹਨ। ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਵਿਚਕਾਰ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ:

$\vec{r} = 3\hat{i} + 8\hat{j} + 3\hat{k} + \mu(3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ ਅਤੇ $\vec{r} = -7\hat{j} + 6\hat{k} + \lambda(-3\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k})$

15. ਇੱਕ 36 m ਲੰਬੀ ਤਾਰ ਨੂੰ ਦੋ ਹਿੱਸਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕੱਟਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇੱਕ ਹਿੱਸੇ ਨਾਲ ਇੱਕ ਵਰਗ ਅਤੇ ਦੂਜੇ ਹਿੱਸੇ ਨਾਲ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਬਣਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਦੋਵੇਂ ਹਿੱਸਿਆਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਕੀ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ ਜੇਕਰ ਵਰਗ ਅਤੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਸੰਯੁਕਤ ਖੇਤਰਫਲ ਨਿਊਨਤਮ ਹੋਵੇ ?

ਜਾਂ

$\int_0^{\pi/2} \log \cos x \, dx$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ।

16. ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰੋ :
 $3x - 2y + z = 3, 2x + y + 3z = 2, -x + 5y - 4z = 15$

- (a) ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -4 & 9 \end{bmatrix}$ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਮਮਿਤਈ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਅਤੇ ਇੱਕ ਬਿਖਮ-ਸਮਮਿਤਈ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਦੇ ਜੋੜ ਰਾਹੀਂ ਦਰਸਾਉ।

- (b) ਜੇਕਰ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ਅਤੇ $f(x) = x^2 - 2x - 3$ ਹਨ ਤਾਂ $f(A)$ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(Hindi Version)

नोट :

- (i) अपनी उत्तर-पुस्तिका के मुख पृष्ठ पर विषय-कोड/ पेपर-कोड वाले खाने में विषय-कोड/ पेपर-कोड 028/A अवश्य लिखें।
- (ii) उत्तर-पुस्तिका लेते ही इसके पृष्ठ गिनकर देख लें कि इसमें मुख पृष्ठ सहित 32 पृष्ठ हैं एवं सही क्रम में हैं।
- (iii) उत्तर-पुस्तिका में खाली छोड़े गए पृष्ठ/ पृष्ठों के पश्चात् हल किए गए प्रश्न/ प्रश्नों का मूल्यांकन नहीं किया जाएगा।
- (iv) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (v) कैल्कुलेटर्स का उपयोग वर्जित है, पर लॉग टेबल का उपयोग किया जा सकता है।
- (vi) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिखाए गए हैं।
- (vii) पंजाबी तथा हिन्दी में प्रश्न अंग्रेजी में प्रश्नों के अनुवाद हैं। इसलिए किसी भ्रम कि स्थिति में अंग्रेजी में प्रश्न को सही माना जाए।
- (viii) प्रश्न संख्या 5, 6, 8, 10, 12, 13, 14, 15 तथा 16 में अंदरूनी चयन की छूट प्रदान की गई है।
- (ix) प्रश्न संख्या 11 में आलेख पत्र का उपयोग अनिवार्य है।

Section - A

1. निम्नलिखित प्रश्नों में सही उत्तर चुनो :

16x1=16

(i) $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$ असमानता का नाम है :

(a) कौची-शुआर्ज असमानता

(b) त्रिभुज असमानता

(c) रोले की असमानता

(d) लग्रांज की असमानता

(ii) रेखा $\frac{x+4}{5} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-8}{-3}$ की सदिश समीकरण है :

(a) $\vec{r} = 4\hat{i} - 5\hat{j} - 8\hat{k} + \mu(5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k})$

(b) $\vec{r} = -4\hat{i} + 5\hat{j} + 8\hat{k} + \mu(5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k})$

(c) $\vec{r} = 5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k} + \mu(4\hat{i} - 5\hat{j} - 8\hat{k})$

(d) $\vec{r} = 5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k} + \mu(-4\hat{i} + 5\hat{j} + 8\hat{k})$

(iii) रैखिक प्रोग्रामिंग समस्याओं के प्रतिबन्ध :

- (a) सदा दो घाती होते हैं
(b) सदा रैखिक होते हैं
(c) समस्या पर निर्भर करते हुए रैखिक या दो घाती हो सकते हैं
(d) कभी-कभी तीन घाती हो सकते हैं

(iv) यदि $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{3}{8}$ तथा $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ हैं तो $P(A|B)$ बराबर है :

- (a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{8}{15}$
(c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{5}{8}$

(v) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\cos^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$ बराबर है :

- (a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{6}$
(c) $\frac{\pi}{12}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

(vi) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ बराबर है :

- (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{4}$
(c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

(vii) अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 3y = 0$ की डिग्री है :

- (a) 3 (b) 2
(c) 1 (d) 0

(viii) यदि \vec{a} एक गैर-सिफर सदिश है तो $|\vec{a} \times \vec{a}|$ बराबर है :

- (a) $|\vec{a}|$ (b) $|\vec{a}|^2$
(c) 1 (d) 0

(ix) यदि $AB=C$ है, जहाँ B तथा C क्रमवार 2×5 तथा 5×5 क्रम की मैट्रिक्स हैं तो A का क्रम है: 1

- (a) 5×5 (b) 5×2
(c) 2×5 (d) 2×2

(x) यदि $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 7x}{3x}, & x \neq 0 \\ m+1, & x=0 \end{cases}$ बिन्दु $x=0$ पर लगातार है तो m का मूल्य है: 1

- (a) $\frac{7}{3}$ (b) $\frac{4}{3}$
(c) $\frac{7}{4}$ (d) $\frac{3}{7}$

(xi) यदि $y = \log [x + \sqrt{x^2 + 1}]$ है तो $\frac{dy}{dx}$ है: 1

- (a) $\sqrt{x^2 + 1}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$
(c) $\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ (d) $\frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$

(xii) एक वृत्त का अर्धव्यास 2 m/s की दर से बढ़ रहा है। उसकी परिधि के बढ़ने की दर है: 1

- (a) $4\pi \text{ m/s}$ (b) 2 m/s
(c) $2\pi \text{ m/s}$ (d) 4 m/s

(xiii) यदि $A = \{0, 1, 4, 9, 16, 25, \dots\}$ है तो $f: \mathbb{N} \rightarrow A, f(x) = x^2$ से परिभाषित फलन है: 1

- (a) एकैकी पर आच्छादी नहीं (b) आच्छादी पर एकैकी नहीं
(c) एकैकी एवं आच्छादी (d) ना एकैकी तथा ना ही आच्छादी

(xiv) समूह $A = \{x, y\}$ पर परिभाषित सम्बन्ध $R = \{(x, x), (y, y), (x, y), (y, x)\}$ है: 1

- (a) केवल निजवाचक सम्बन्ध (b) केवल सममित सम्बन्ध
(c) केवल संक्रामक सम्बन्ध (d) समतुल्यता सम्बन्ध

(xv) फलन \sec^{-1} का विस्तार है: 1

- (a) $[0, \pi] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ (b) $(0, \pi)$
(c) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) - \{0\}$ (d) $[0, \pi]$

(xvi) यदि A एक 4×4 क्रम की वर्गाकार मैट्रिक्स है तथा $|A| = 3$ है तो $|\text{Adj}(A)|$ है: 1

- (a) 27 (b) 81
(c) 9 (d) 3



2. निम्नलिखित कथनों में खाली स्थान भरो :

(i) रेखा $\vec{r} = \hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k} + s(2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$ के दिशा अनुपात _____ हैं।

(ii) पक्के तौर पर होने वाली घटना की प्रायिकता _____ है।

(iii) $\cos^{-1}(1)$ का मुख्य मूल्य _____ है।

(iv) यदि मैट्रिक्स A का क्रम 4×2 है तो मैट्रिक्स A' का क्रम _____ है।

(v) यदि A एक वर्गाकार मैट्रिक्स है तो $A - A'$ एक _____ मैट्रिक्स है।

(vi) यदि $y = \log(\sin x)$ है तो $x = \frac{\pi}{4}$ पर $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ है।

(vii) समाकलन, अवकलन की _____ प्रक्रिया है।

(viii) अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} - \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + y = 0$ का क्रम _____ है।



3. निम्नलिखित कथनों के लिए सही या गलत बताओ :

(i) सदिश $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ के समानांतर तथा बिन्दु $(5, -1, 3)$ से लांघती रेखा की समीकरण

$$\vec{r} = 5\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k} + \mu(2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k})$$

(ii) किसी भी घटना की होने की प्रायिकता सदा 1 से अधिक होती है।

(iii) यदि $A = [a_{ij}]_{4 \times 3}$ है तथा $a_{ij} = i^2 - j$ है तो $a_{31} = 10$ है।

(iv) $\frac{d}{dx}[\log(\cos x)] = \tan x$ है।

(v) यदि $y = \tan 2x$ है तो $\frac{dy}{dx} = \sec^2 2x$ है।

(vi) $\int_{-2}^2 x^3 dx = 8$ है।

(vii) अवकल समीकरण, समाकलन द्वारा हल की जाती है।

(viii) $\vec{a} \times \vec{b}$ सदिश, सदिश \vec{a} के समानांतर है।

Section - B

5x2=10

4. समाकलन द्वारा दीर्घवृत्त $y^2=8x$ तथा रेखा $x=5$ के बीच बंधे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करो। 2

5. फलन $f(x)=2x^3-3x^2-12x+15$ के नाजुक बिन्दु ज्ञात करो। 2

अथवा



यदि $x^3+3x^2y+3xy^2+y^3=81$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात करो। 2

6. $\int \frac{\sin(\tan^{-1}x)}{1+x^2} dx$ का मूल्यांकन करो। 2

अथवा

$\int \frac{2x-3}{x^2+1} dx$ का मूल्यांकन करो। 2

7. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$ हैं तो $(AB)' = B'A'$ की पड़ताल करो। 2



8. सदिशों $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ से दी गयी भुजाओं वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो। 2

अथवा

यदि सदिश $p\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ तथा $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ एक-दूसरे पर लम्ब हैं तो p का मूल्य ज्ञात करो। 2

Section - C

5x4=20

9. सिद्ध करो कि फलन $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{5x+3}{4}$ एकैकी तथा आच्छादी है। 4

10. यदि $y = x^{\sin x} + (\sin x)^x$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात करो। 4

अथवा

$\int \frac{3x+2}{(x^2+1)(x-2)} dx$ का मूल्यांकन करो। 4



11. निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या को आलेख द्वारा हल करो। प्रतिबंधों $x+3y \leq 60$, $x+y \geq 10$, $x-y \leq 0$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ के अनुसार $Z=4x+2y-7$ का अधिकतमीकरण तथा न्यूनतमीकरण करो। 4

12. एक समस्या तीन विद्यार्थियों को हल करने के लिए दी गयी, जिनकी हल करने की प्रायिकता $1/3$, $1/5$ तथा $1/6$ है। 4
प्रायिकता ज्ञात करो कि :

- (i) समस्या को उनमें से केवल एक हल करता है
(ii) समस्या हल हो जाती है।



अथवा

किसी खास रोग के सही परीक्षण के लिए खून की जाँच 99% असरकारक है, जबकि असल में रोगी उस रोग से पीड़ित है। परन्तु 0.5% बार किसी स्वस्थ व्यक्ति के खून की जाँच करने पर परीक्षण गलत रिपोर्ट देता है, भाव व्यक्ति को रोग से पीड़ित बताता है। यदि किसी आबादी में 0.1% लोग उस रोग से पीड़ित हैं तो क्या प्रायिकता है की कोई बेतरतीबी से चुना हुआ व्यक्ति उस रोग से पीड़ित होगा यदि उसके खून की जाँच में बताया जाता है कि उसको रोग है? 4

13. हल करो : $x \log x \frac{dy}{dx} + y = \frac{2}{x} \log x$ 4

अथवा

हल करो : $x^2 dy - (3x^2 + xy + y^2) dx = 0$; दिया गया है $y=1$ जब $x=1$ है। 4



Section - D

3x6=18

14. (a) किसी भी दो गैर-सिफर सदिशों \vec{a} तथा \vec{b} के लिए $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$ सिद्ध करो। इस असमानता का नाम भी बताओ। 4

- (b) एक समानांतर चतुर्भुज की साथ लगती भुजाएं सदिशों $6\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ तथा $\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$ से दी गयी हैं। 2
समानांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल पता करो।

अथवा

निम्नलिखित रेखाओं के जोड़े के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात करो : 6

$$\vec{r} = 3\hat{i} + 8\hat{j} + 3\hat{k} + \mu(3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \text{ तथा } \vec{r} = -3\hat{i} - 7\hat{j} + 6\hat{k} + \lambda(-3\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k})$$

15. एक 36 m लम्बी तार को दो हिस्सों में काटा गया है। एक हिस्से से वर्ग तथा दूसरे हिस्से से वृत्त बनाया जाता है। दोनों हिस्सों की लम्बाई ज्ञात करो ताकि वर्ग तथा वृत्त का संयुक्त क्षेत्रफल न्यूनतम हो। 6

अथवा

$\int_0^{\pi/2} \log \cos x dx$ का मूल्यांकन करो। 6

16. निम्नलिखित रेखिक समीकरणों की प्रणाली को मैट्रिक्स विधि द्वारा हल करो। 6

$$3x - 2y + z = 3, 2x + y + 3z = 2, -x + 5y - 4z = 15$$

अथवा

- (a) मैट्रिक्स $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -4 & 9 \end{bmatrix}$ को एक सममित मैट्रिक्स तथा एक विषम-सममित मैट्रिक्स के जोड़ द्वारा दर्शाओ। 4

- (b) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $f(x) = x^2 - 2x - 3$ हैं तो $f(A)$ ज्ञात करो। 2



(English Version)

- Note :
- (i) You must write the subject-code/paper-code 028/A in the box provided on the title page of your answer-book.
 - (ii) Make sure that the answer-book contains 32 pages (including title page) and are properly serialled as soon as you receive it.
 - (iii) Question/s attempted after leaving blank page/s in the answer-book would not be evaluated.
 - (iv) All questions are compulsory.
 - (v) Use of calculators is not allowed but Log Tables can be used.
 - (vi) Marks allotted to each question are indicated against it.
 - (vii) Punjabi and Hindi versions of questions are translations of English version. So in the case of any confusion consider English version to be correct.
 - (viii) Internal choice is provided in Questions No. 5, 6, 8, 10, 12, 13, 14, 15 and 16.
 - (ix) Use of graph paper is necessary in Question No. 11.


Section-A

1. Choose the correct options in the following questions : 16x1=16

(i) Name of the inequality $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$ is : 1

- (a) Cauchy-Schwartz Inequality
- (b) Triangle Inequality
- (c) Rolle's Inequality
- (d) Lagrange's Inequality

(ii) Vector equation of the line $\frac{x+4}{5} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-8}{-3}$ is : 1


(a) $\vec{r} = 4\hat{i} - 5\hat{j} - 8\hat{k} + \mu(5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k})$ 

(b) $\vec{r} = -4\hat{i} + 5\hat{j} + 8\hat{k} + \mu(5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k})$

(c) $\vec{r} = 5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k} + \mu(4\hat{i} - 5\hat{j} - 8\hat{k})$

(d) $\vec{r} = 5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k} + \mu(-4\hat{i} + 5\hat{j} - 8\hat{k})$

(iii) Constraints of a linear programming problem are : 1

- (a) Always quadratic
 - (b) Always linear
 - (c) May be linear or quadratic depending on the problem
 - (d) May be cubic some times
- 

(iv) If $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{3}{8}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ then $P(A|B)$ is equal to :

(a) $\frac{2}{5}$

(b) $\frac{8}{15}$

(c) $\frac{2}{3}$

(d) $\frac{5}{8}$

(v) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\cos^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$ is equal to :

(a) $\frac{\pi}{4}$

(b) $\frac{\pi}{6}$

(c) $\frac{\pi}{12}$

(d) $\frac{\pi}{2}$

(vi) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ is equal to :

(a) $\frac{\pi}{2}$

(b) $\frac{\pi}{4}$

(c) $\frac{\pi}{3}$

(d) $\frac{\pi}{6}$

(vii) Degree of differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 3y = 0$ is :

(a) 3

(b) 2

(c) 1

(d) 0

(viii) If \vec{a} is a non-zero vector then $|\vec{a} \times \vec{a}|$ is equal to :

(a) $|\vec{a}|$

(b) $|\vec{a}|^2$

(c) 1

(d) 0

(ix) If $AB = C$ where B and C are matrices of order 2×5 and 5×5 respectively then order of A is :

(a) 5×5

(b) 5×2

(c) 2×5

(d) 2×2



(x) If $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 7x}{3x}, & x \neq 0 \\ m+1, & x = 0 \end{cases}$ is continuous at $x=0$ then value of m is : 1



(a) $\frac{7}{3}$ (b) $\frac{4}{3}$

(c) $\frac{7}{4}$ (d) $\frac{3}{7}$

(xi) If $y = \log \left[x + \sqrt{x^2 + 1} \right]$ then $\frac{dy}{dx}$ is : 1

(a) $\sqrt{x^2 + 1}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

(c) $\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ (d) $\frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$



(xii) Radius of a circle is increasing at the rate of 2 m/s. Rate of change of its circumference is : 1

(a) 4π m/s (b) 2 m/s

(c) 2π m/s (d) 4 m/s

(xiii) If $A = \{0, 1, 4, 9, 16, 25, \dots\}$ then function defined by $f: \mathbb{N} \rightarrow A, f(x) = x^2$ is : 1

(a) one-one but not onto (b) onto but not one-one

(c) one-one and onto (d) neither one-one nor onto

(xiv) Relation $R = \{(x, x), (y, y), (x, y), (y, x)\}$ defined on the set $A = \{x, y\}$ is : 1

(a) Only Reflexive relation (b) Only Symmetric relation

(c) Only Transitive relation (d) Equivalence relation

(xv) Range of function \sec^{-1} is : 1

(a) $[0, \pi] - \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$ (b) $(0, \pi)$

(c) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right) - \{0\}$ (d) $[0, \pi]$

(xvi) If A is a square matrix of order 4×4 and $|A| = 3$ then $|\text{Adj}(A)|$ is : 1

(a) 27 (b) 81

(c) 9 (d) 3





2. Fill in the blanks in the following :

- (i) Direction ratios of straight line $\vec{r} = \hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k} + s(2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$ are _____ 1
- (ii) Probability of a sure event is _____ 1
- (iii) Principal value of $\cos^{-1}(1)$ is _____ 1
- (iv) If order of the matrix A is 4×2 then order of matrix A' is _____ 1
- (v) If A is a square matrix then matrix $A - A'$ is a _____ matrix. 1
- (vi) If $y = \log(\sin x)$ then at $x = \frac{\pi}{4}$, $\frac{dy}{dx} =$ _____ 1
- (vii) Integration is _____ process of differentiation. 1
- (viii) Order of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + y = 0$ is _____ 1



3. State true or false for the following statements :

- (i) The equation of a line parallel to the vector $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ and passing through the point $(5, -1, 3)$ is $\vec{r} = 5\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k} + \mu(2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k})$. 1
- (ii) Probability of occurrence of any event is always greater than 1. 1
- (iii) If $A = [a_{ij}]_{4 \times 3}$ such that $a_{ij} = i^2 - j$ then $a_{31} = 10$ 1
- (iv) $\frac{d}{dx}[\log(\cos x)] = \tan x$ 1
- (v) If $y = \tan 2x$ then $\frac{dy}{dx} = \sec^2 2x$ 1
- (vi) $\int_{-2}^2 x^3 dx = 8$ 1
- (vii) Differential equations are solved by integration. 1
- (viii) $\vec{a} \times \vec{b}$ is parallel to \vec{a} . 1



Section-B

5x2=10

4. Using integration, find the area bounded by the parabola $y^2=8x$ and line $x=5$. 2
5. Find the critical points of function $f(x)=2x^3-3x^2-12x+15$. 2

OR

Find $\frac{dy}{dx}$ if $x^3+3x^2y+3xy^2+y^3=81$



2

6. Evaluate $\int \frac{\sin(\tan^{-1}x)}{1+x^2} dx$. 2

OR

Evaluate $\int \frac{2x-3}{x^2+1} dx$.

2

7. If $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$ then verify that $(AB)' = B'A'$. 2



8. Find the area of triangle whose sides are given by vectors $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$. 2

OR

Find the value of p if the vectors $p\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ and $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ are perpendicular to each other. 2

Section-C

5x4=20

9. Prove that the function $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{5x+3}{4}$ is one-one and onto. 4

10. If $y = x^{\sin x} + (\sin x)^x$ then find $\frac{dy}{dx}$. 4

OR

Evaluate $\int \frac{3x+2}{(x^2+1)(x-2)} dx$.



4

11. Solve the following linear programming problem graphically :
 Maximise and minimise $Z = 4x + 2y - 7$ subject to the constraints
 $x + 3y \leq 60$, $x + y \geq 10$, $x - y \leq 0$, $x \geq 0$, $y \geq 0$



4

12. A problem is given to 3 students whose chances of solving it are $1/3$, $1/5$ and $1/6$. What is the probability that
- exactly one of them solves the problem
 - the problem is solved

4

OR

A laboratory blood test is 99% effective in detecting a certain disease when it is in fact present. However, the test also yields a false positive result for 0.5% of the healthy person tested (i.e. if a healthy person is tested, then, with the probability 0.005, the test will imply he has the disease). If 0.1% of the population actually has the disease, what is the probability that a person has the disease given that his test result is positive ?

4

13. Solve : $x \log x \frac{dy}{dx} + y = \frac{2}{x} \log x$



4

OR

Solve : $x^2 dy - (3x^2 + xy + y^2) dx = 0$; given that $y = 1$ when $x = 1$.

4

Section-D

3x6=18

14. (a) Prove that for any two non-zero vectors \vec{a} and \vec{b} , $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$. Also write the name of this inequality.
- (b) Adjacent sides of a parallelogram are given by $6\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ and $\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$. Find the area of parallelogram.

4

2

OR

Find the shortest distance between the following pairs of lines :

6

$$\vec{r} = 3\hat{i} + 8\hat{j} + 3\hat{k} + \mu(3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \text{ and } \vec{r} = -3\hat{i} - 7\hat{j} + 6\hat{k} + \lambda(-3\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k})$$

15. A wire of length 36 m is to be cut into two pieces. One of the pieces is to be made into a square and the other into a circle. What could be the lengths of the two pieces so that the combined area of the square and circle is minimum ?

6

OR

Evaluate $\int_0^{\pi/2} \log \cos x \, dx$.



6

16. Solve the following system of linear equations by matrix method :

$$3x - 2y + z = 3, 2x + y + 3z = 2, -x + 5y - 4z = 15$$

6



OR

(a) Express $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -4 & 9 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric matrix and a skew-symmetric matrix.

4

(b) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ and $f(x) = x^2 - 2x - 3$ then find $f(A)$.



2

- o o o -

106723



106723